Fundamentos Físicos de las Comunicaciones

TEMA 6

ELECTROSTÁTICA

Francisco Fernández

"La duda es la escuela de la inteligencia."

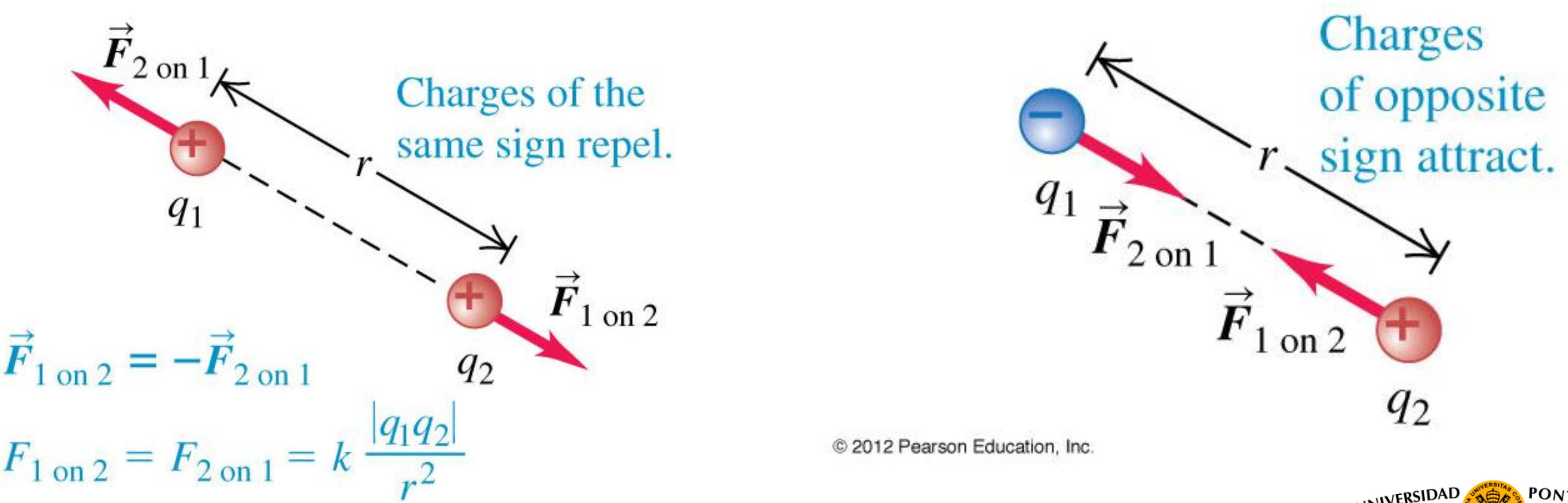
F. Bacon

1 Ley de Coulomb

Ley de Coulomb: La magnitud de la fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

$$\boxed{\bar{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}}$$

$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2$$

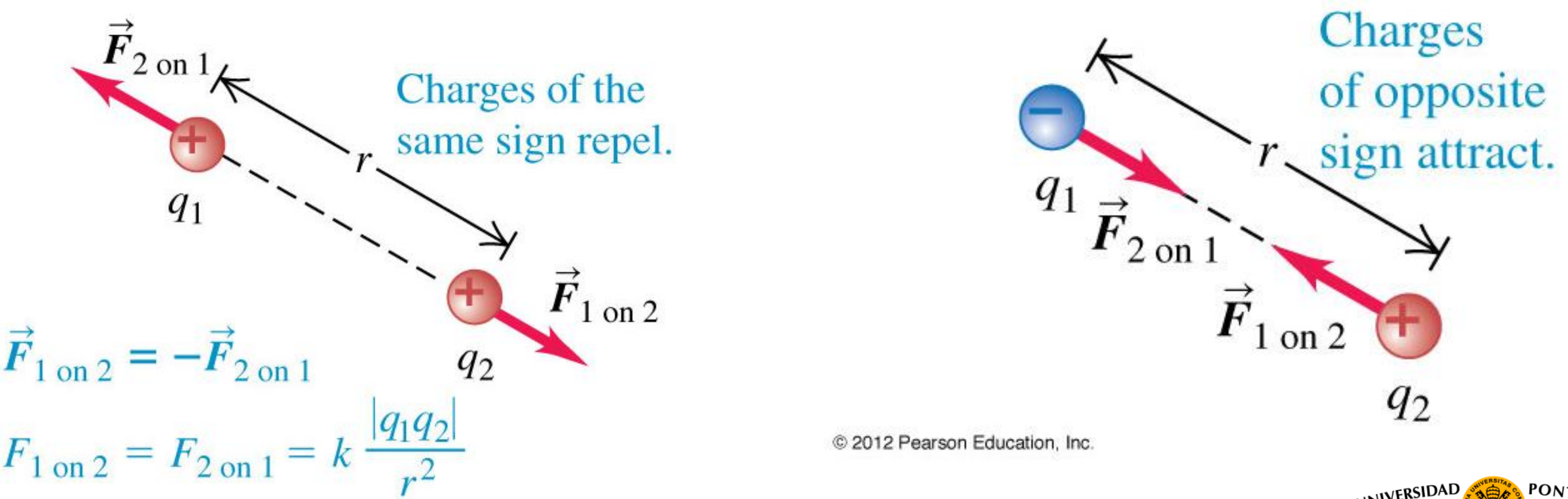


1 Ley de Coulomb

Ley de Coulomb: La magnitud de la fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

$$\boxed{\bar{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 \cdot q_2}{|\bar{r}|^2}\,\bar{r}} \longrightarrow \boxed{\bar{F}_g = G\,\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}}$$

$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2$$



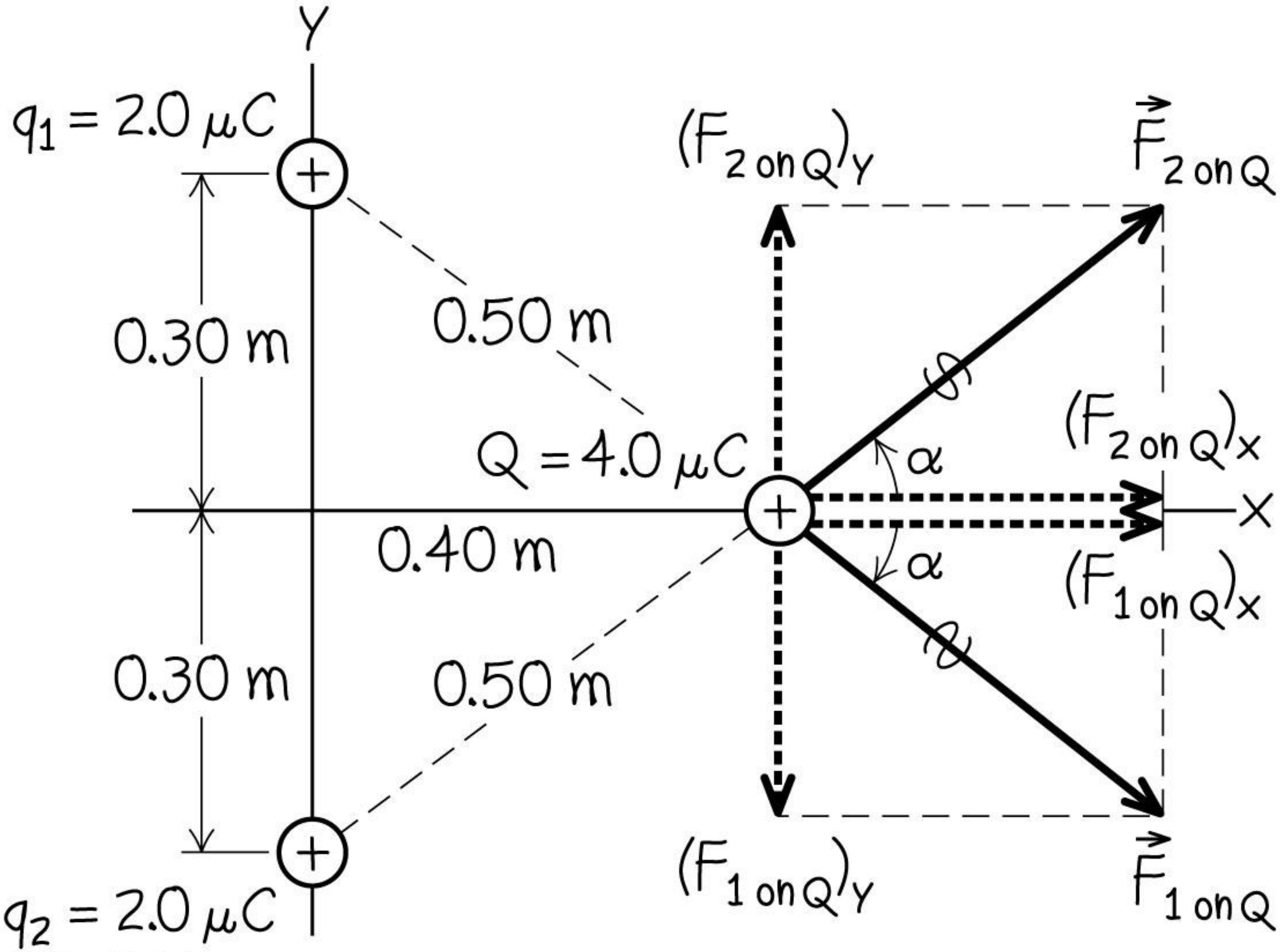
1 Ley de Coulomb

1 Ley de Coulomb

Ejemplo 21.4 Suma vectorial de fuerzas eléctri

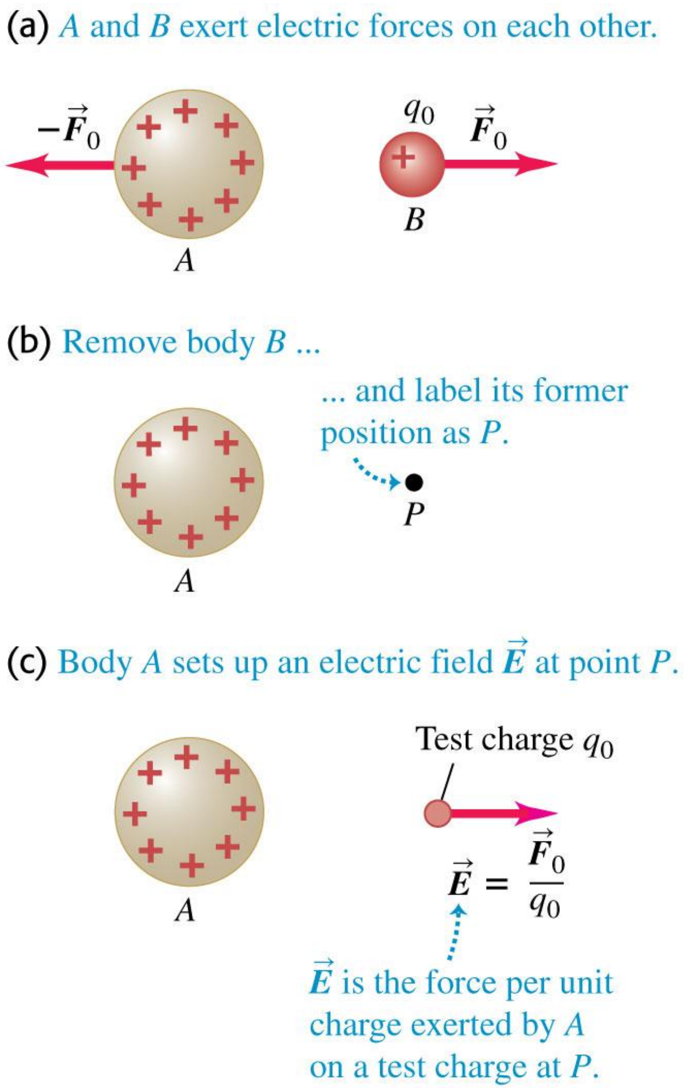
Dos cargas puntuales iguales y positivas, $q_1 = q_2 = 2.0\ \mu C$ se localizan en $x = 0$, $y = 0.30$ m y $x = 0$, $y = -0.30$ m, respectivamente. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica total (neta) que ejercen estas cargas sobre una tercera carga, también puntual, $Q = 4.0\ \mu C$ en $x = 0.40$ m, $y = 0$?

1 Ley de Coulomb



1 Ley de Coulomb

2 Campo Eléctrico



$$\boxed{\bar{F} = Q \cdot \bar{E}}$$

La fuerza eléctrica sobre un cuerpo cargado es producida por el campo eléctrico de otro cuerpo

$$\boxed{\bar{E}(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\bar{r_i}}$$

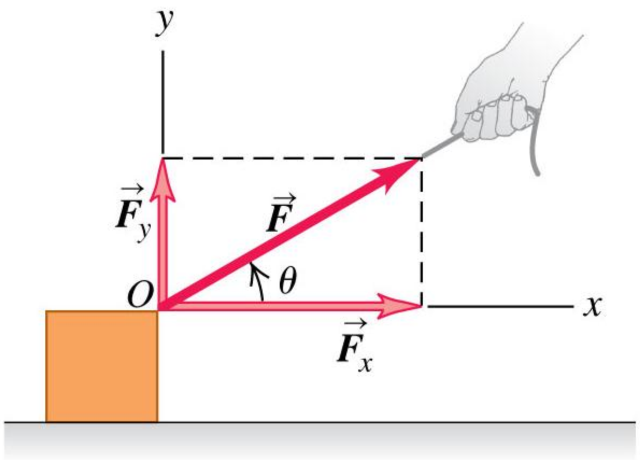
$$\boxed{\bar{E}(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{1}{r^2}\bar{r}\cdot dq}$$

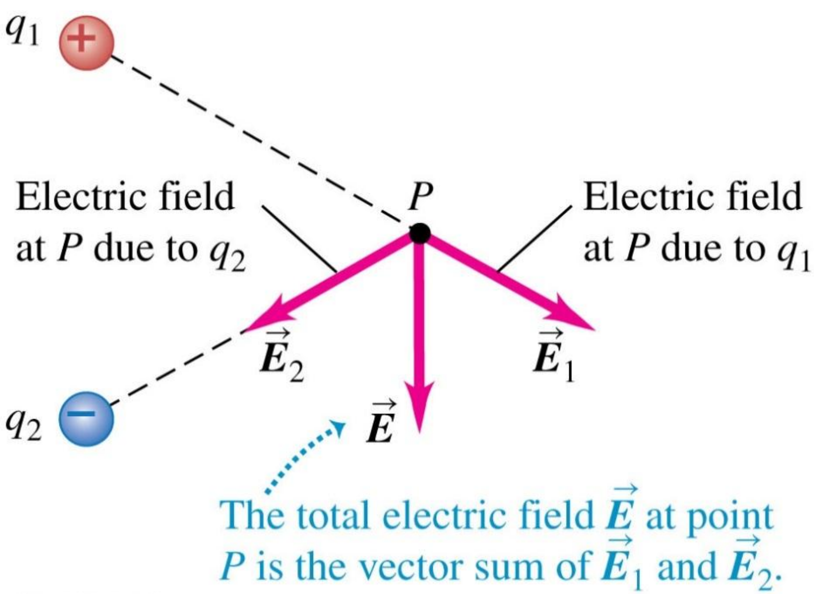
2 Campo Eléctrico

2 Campo Eléctrico

$$\boxed{\bar{F} = Q \cdot \bar{E}} \longrightarrow \boxed{\bar{E} = \frac{\bar{F}}{Q}}$$

$$\boxed{\bar{F_g} = m \cdot \bar{g}} \longrightarrow \boxed{\bar{g} = \frac{\bar{F_g}}{m}}$$





$$\bar{F} = \bar{F_1} + \overline{F_2} + \cdots + \bar{F_n}$$

$$\bar{F} = q_1 \cdot \overline{E_1} + q_2\overline{E_2} + \cdots + q_n\overline{E_n}$$

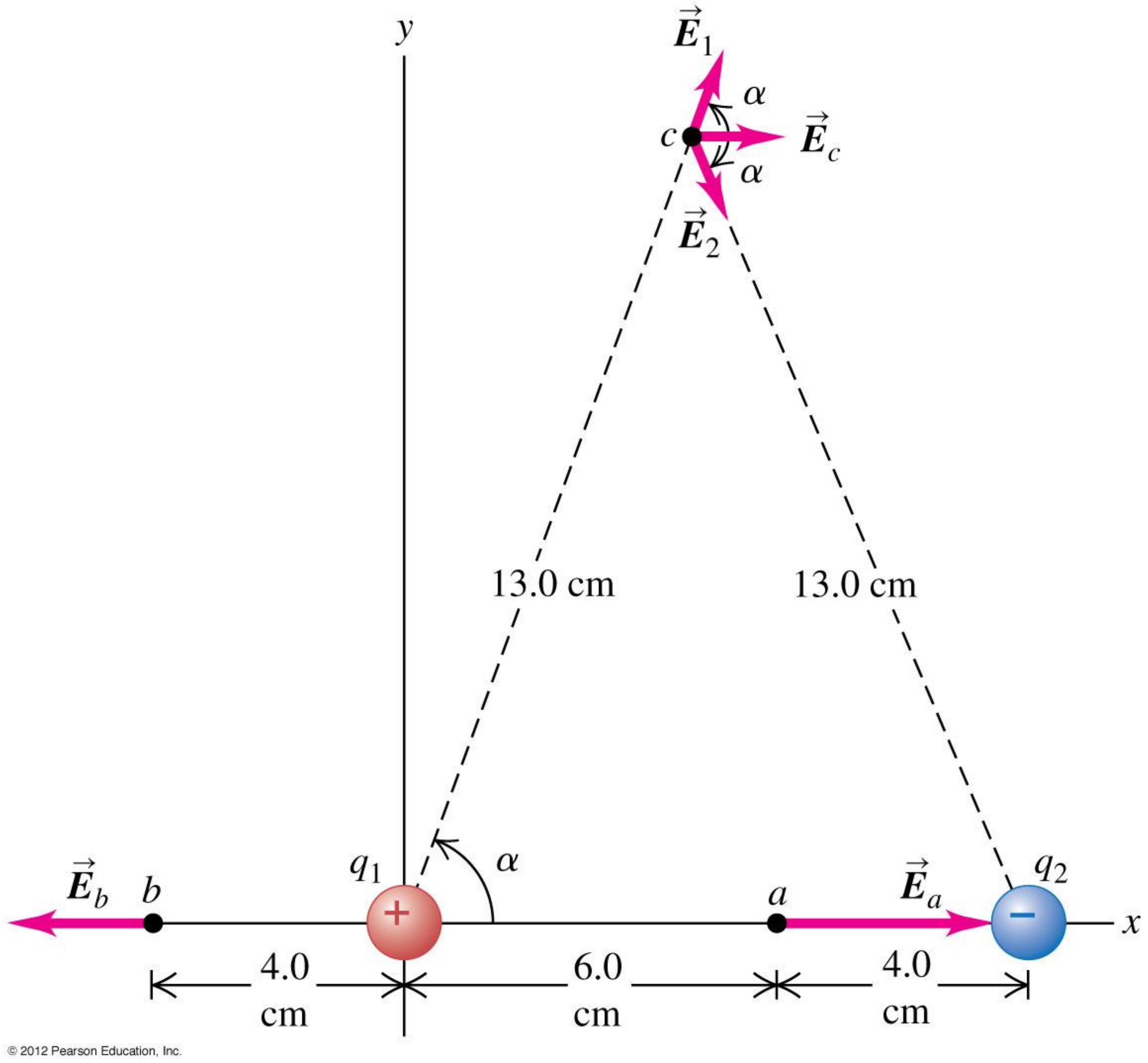
2 Campo Eléctrico

2 Campo Eléctrico

Ejemplo 21.8

Dos cargas puntuales q_1 y q_2 de $+12$ nC y -12 nC, respectivamente, están separadas por una distancia de 0.10 m (figura 21.23). Esta combinación de dos cargas de igual magnitud y signos opuestos se denomina *dipolo eléctrico*. (Tales combinaciones ocurren con frecuencia en la naturaleza. Por ejemplo, en las figuras 21.8b y 21.8c, cada molécula en el aislante neutro es un dipolo eléctrico. En la sección 21.7 estudiaremos los dipolos con más detalle.) Calcule el campo eléctrico causado por q_1, el campo causado por q_2, y el campo total: *a*) en el punto *a*; *b*) en el punto *b*; y *c*) en el punto *c*.

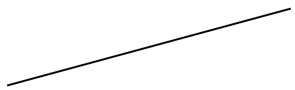
2 Campo Eléctrico



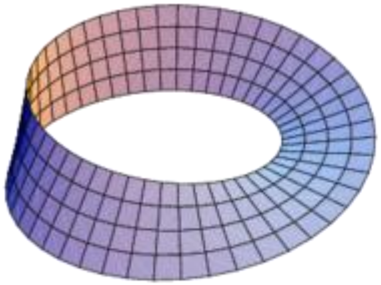
2 Campo Eléctrico

2 Campo Eléctrico

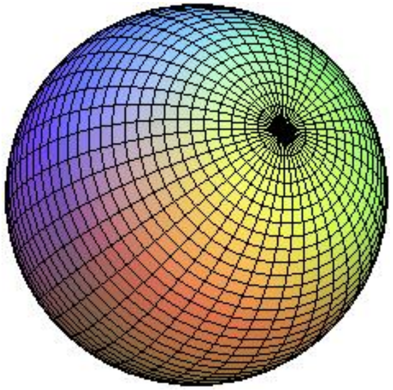
Tipos de Carga



→ Densidad Lineal λ → C/m



→ Densidad Superficial σ → C/m^2

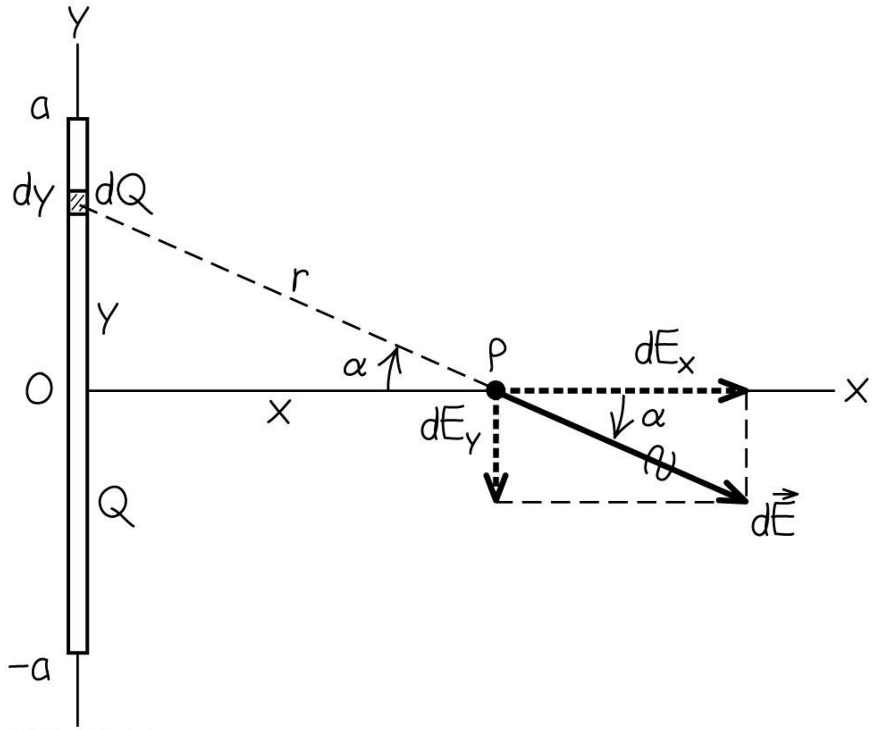


→ Densidad Volumétrica ρ → C/m^3

2 Campo Eléctrico

2 Campo Eléctrico

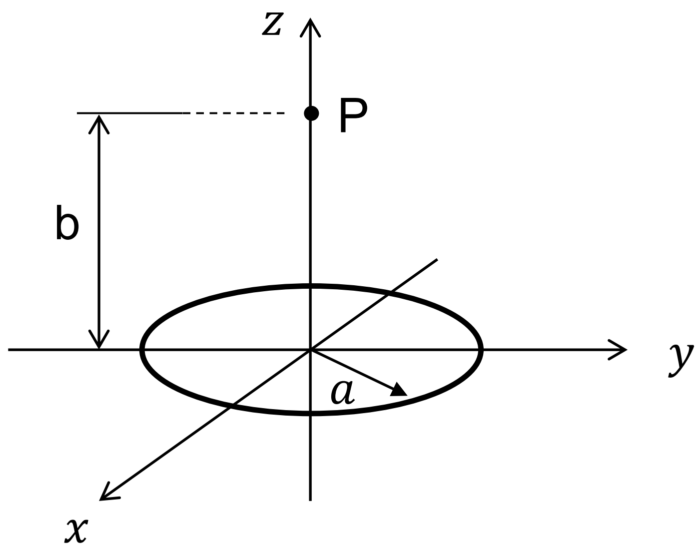
Una carga eléctrica Q, positiva esta distribuida uniformemente a lo largo de una línea con longitud $2a$ que se ubica sobre el eje y, entre $y = -a$ e $y = +a$. Calcule el campo eléctrico en el punto P sobre el eje x a una distancia b del origen.



2 Campo Eléctrico

2 Campo Eléctrico

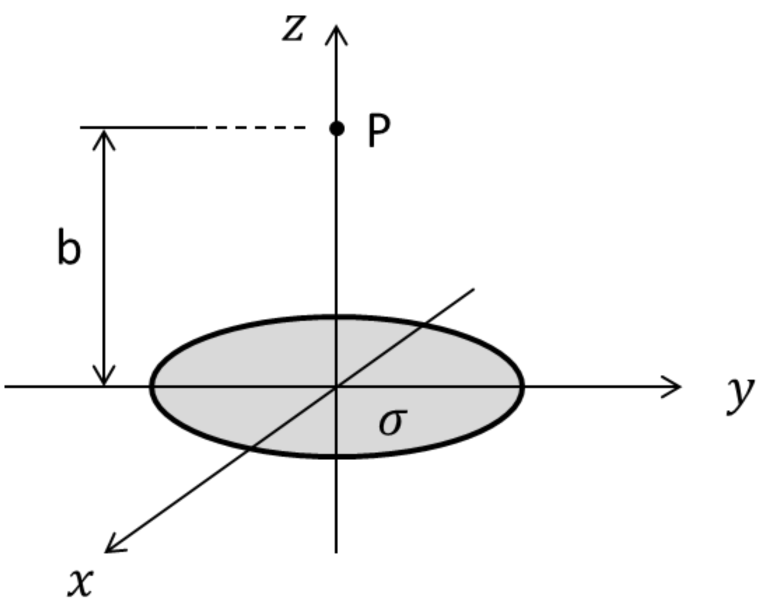
Un conductor en forma de anillo con radio a, tiene una carga total Q distribuida de manera uniforme en todo su perímetro. Encuentre el campo eléctrico en el punto P que se localiza sobre el eje del anillo a una distancia b del centro.



2 Campo Eléctrico

2 Campo Eléctrico

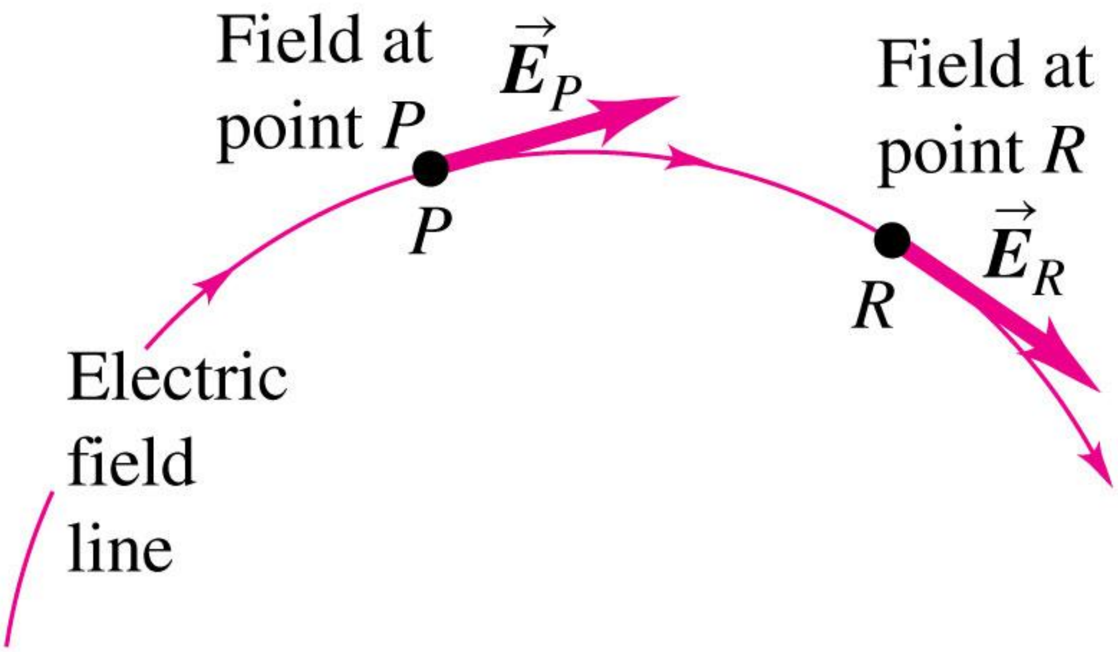
Encuentre el campo eléctrico que genera un disco de radio R con densidad superficial de carga positiva y uniforme σ, en un punto a lo largo del eje del disco a una distancia b de su centro. Suponga que b es positiva.



2 Campo Eléctrico

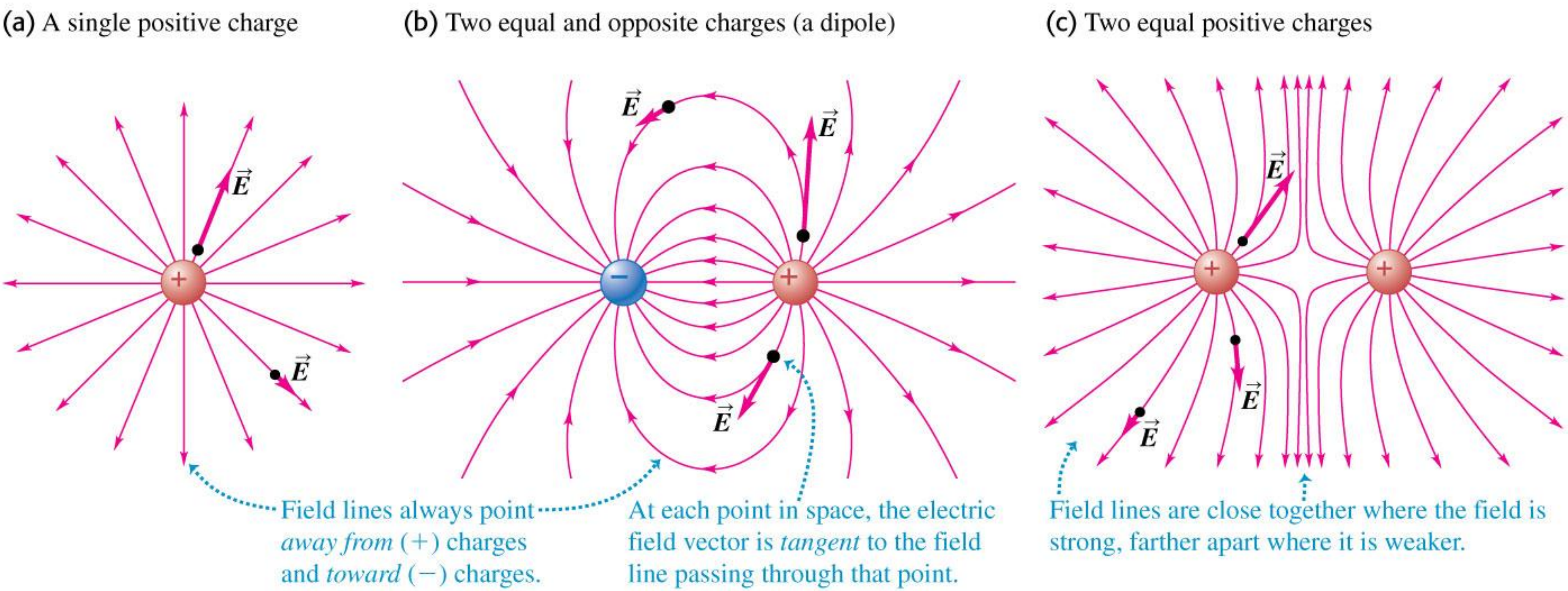
3 Líneas de Campo Eléctrico

- Son siempre tangentes al vector de campo eléctrico
- En cada punto del espacio existe una única línea de campo.
- Debido a lo anterior las líneas de campo no se cruzan.



3 Líneas de Campo Eléctrico

3 Líneas de Campo Eléctrico



3 Líneas de Campo Eléctrico

4 Cálculo del Flujo Eléctrico

Flujo Eléctrico: Se define el flujo eléctrico como el campo eléctrico por el área que atraviesa

$$\Phi_E = \bar{E} \cdot \bar{A}$$

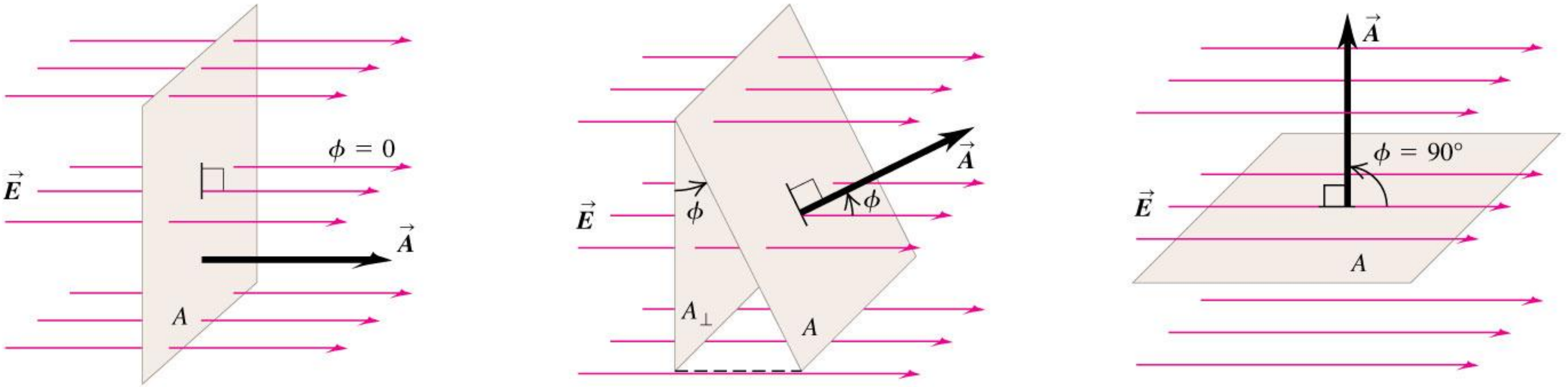
$$\Phi_E = \int \bar{E}\, d\bar{A}$$

$$\Phi_E = \frac{N}{C} \cdot m^2$$

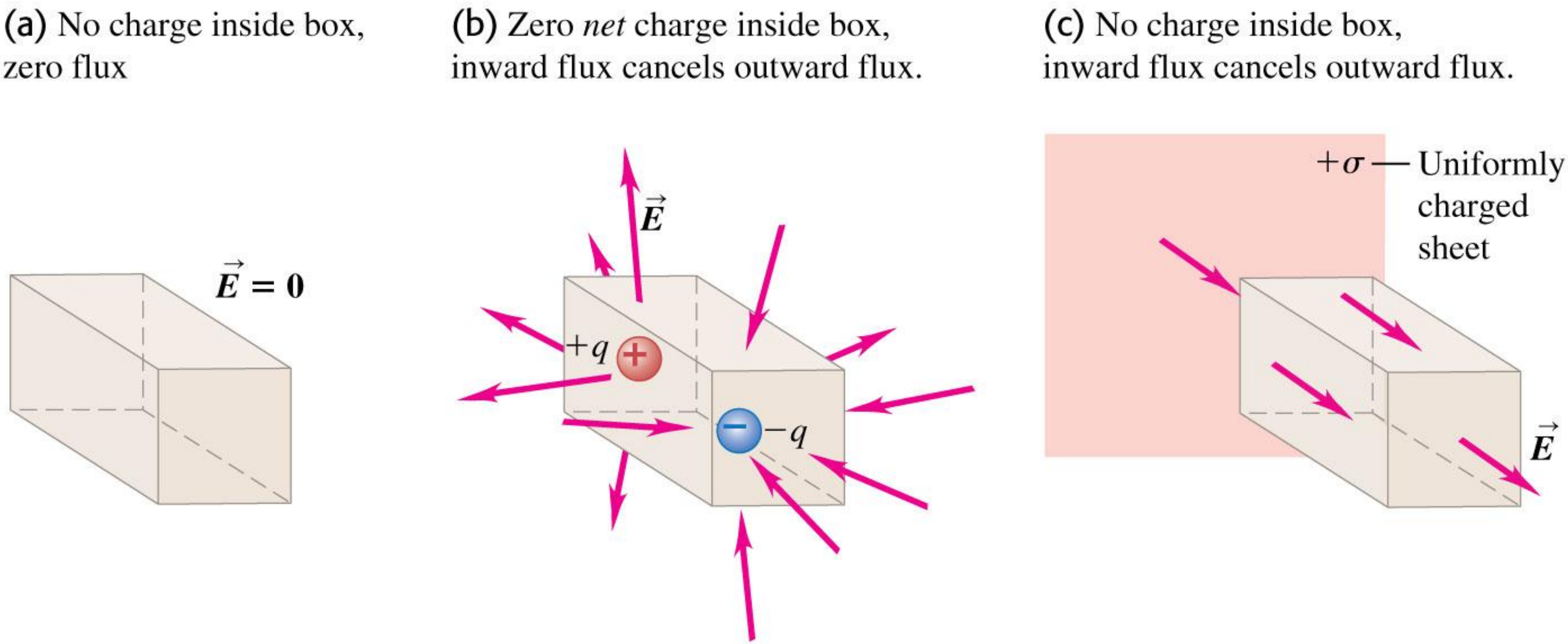
(a) Surface is face-on to electric field:
- $\vec{E}$ and $\vec{A}$ are parallel (the angle between $\vec{E}$ and $\vec{A}$ is $\phi = 0$).
- The flux $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA$.

(b) Surface is tilted from a face-on orientation by an angle ϕ:
- The angle between $\vec{E}$ and $\vec{A}$ is ϕ.
- The flux $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \phi$.

(c) Surface is edge-on to electric field:
- $\vec{E}$ and $\vec{A}$ are perpendicular (the angle between $\vec{E}$ and $\vec{A}$ is $\phi = 90°$).
- The flux $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos 90° = 0$.

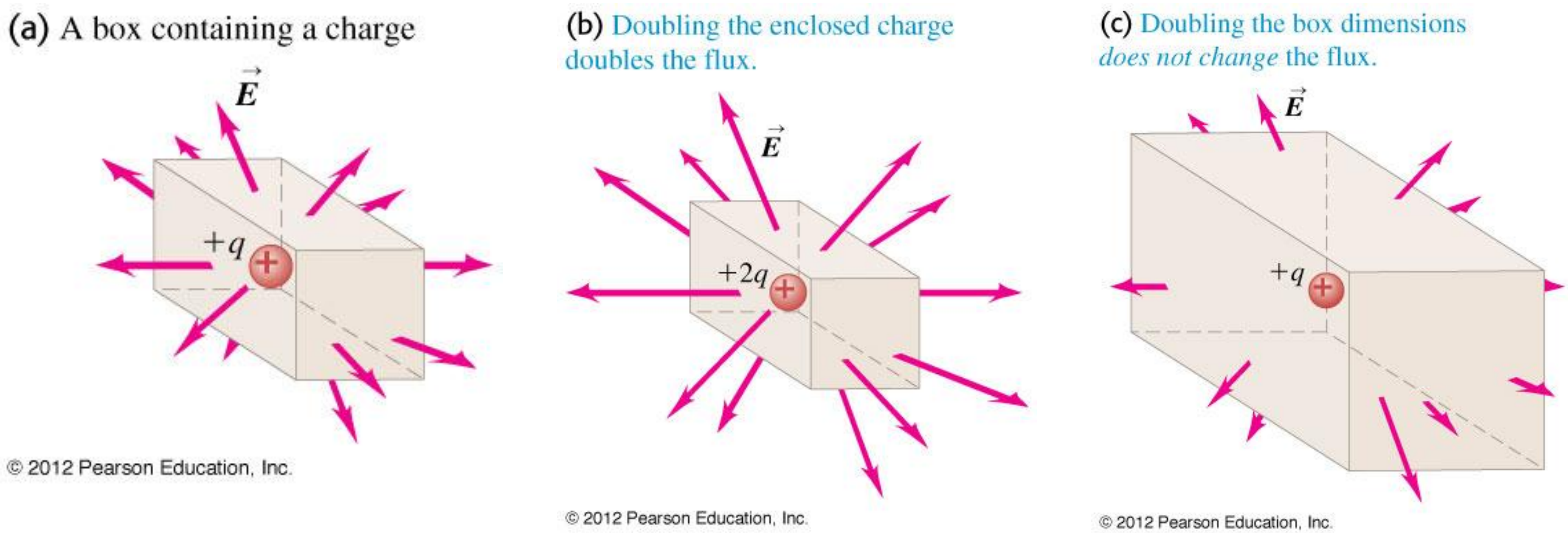


5 Flujo Eléctrico y Carga Encerrada



5 Flujo Eléctrico y Carga Encerrada

5 Flujo Eléctrico y Carga Encerrada



1. El hecho de que el flujo sea hacia dentro o hacia fuera depende del signo de la carga encerrada.
2. Las cargas que se encuentran fuera de superficie cerrada no producen flujo neto.
3. El flujo eléctrico neto es directamente proporcional a la carga encerrada, pero es independiente del tamaño de la superficie.

5 Cálculo del Flujo Eléctrico

6 Ley de Gauss

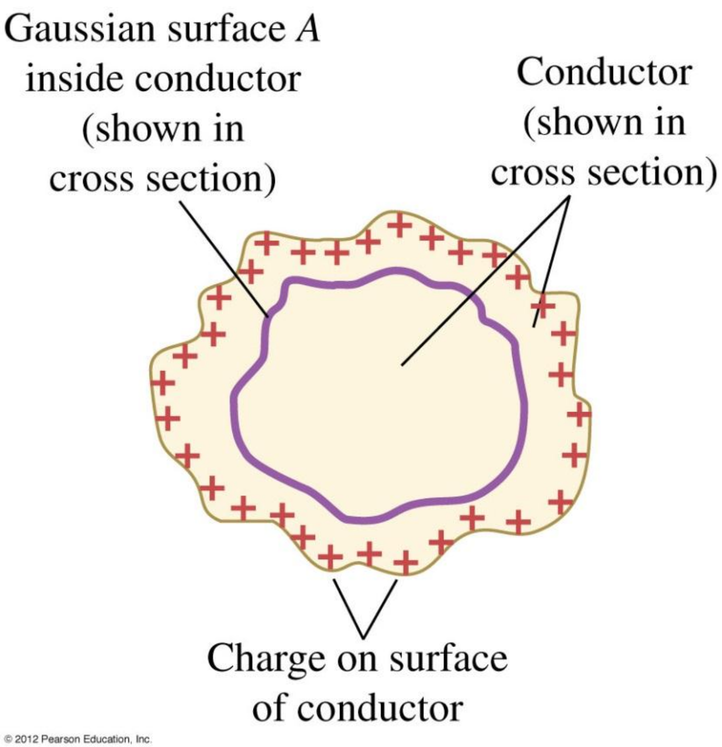
Ley de Gauss: El flujo neto de campo eléctrico a través de una superficie es igual a la carga encerrada entre ϵ_0

$$\Phi_E = \oint \bar{E}\, d\bar{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

6 Ley de Gauss

7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

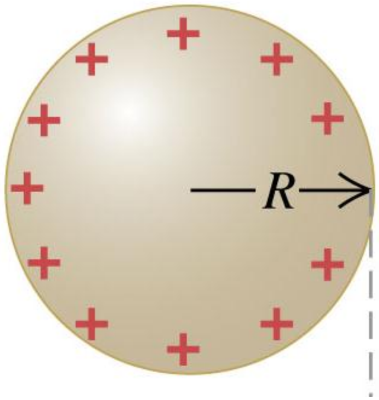
1. Si se conoce la distribución de carga y es suficientemente simétrica se puede llegar a conocer como es el campo eléctrico.
2. Si se conoce el campo, es posible utilizar la ley de Gauss para averiguar como es la carga



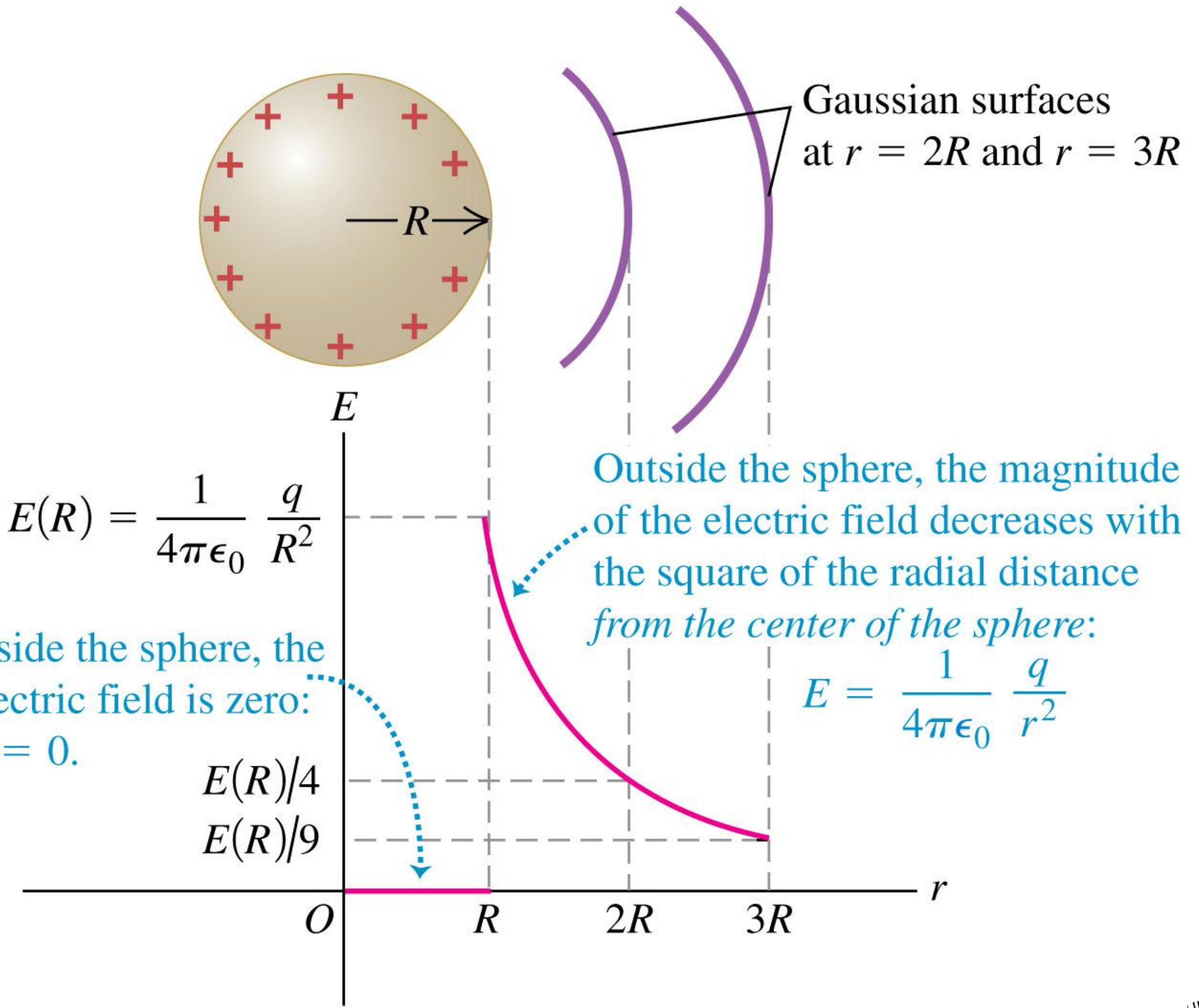
7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

Se coloca una carga positiva q en una esfera conductora sólida de radio R. Determine $\overline{E}$ en cualquier punto en el interior o en el exterior de la esfera



7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

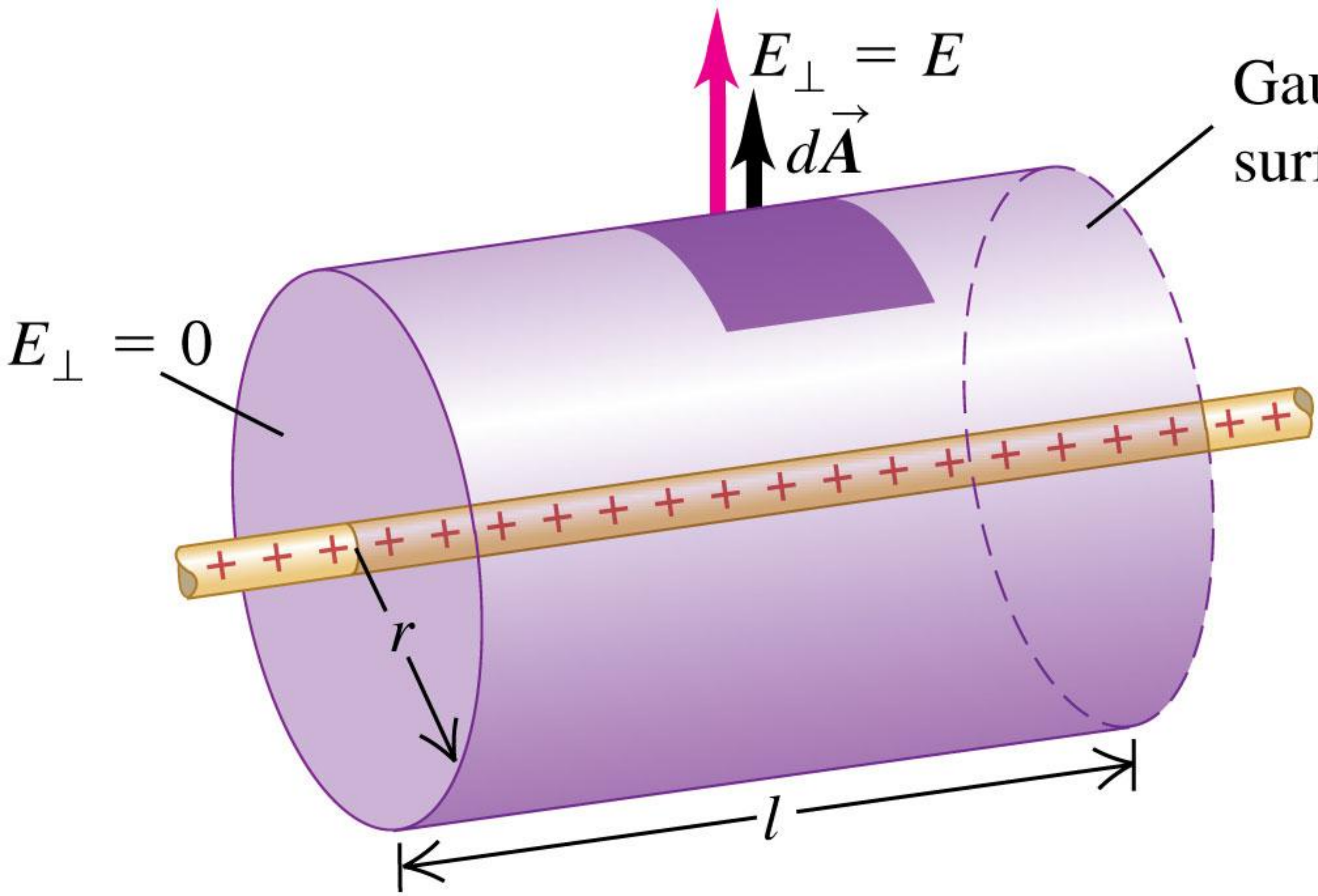


7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

Una carga eléctrica está distribuida de manera uniforme a lo largo de un alambre delgado de longitud infinita. La carga por unidad de longitud es λ (positiva). Se trata de encontrar el campo eléctrico

7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

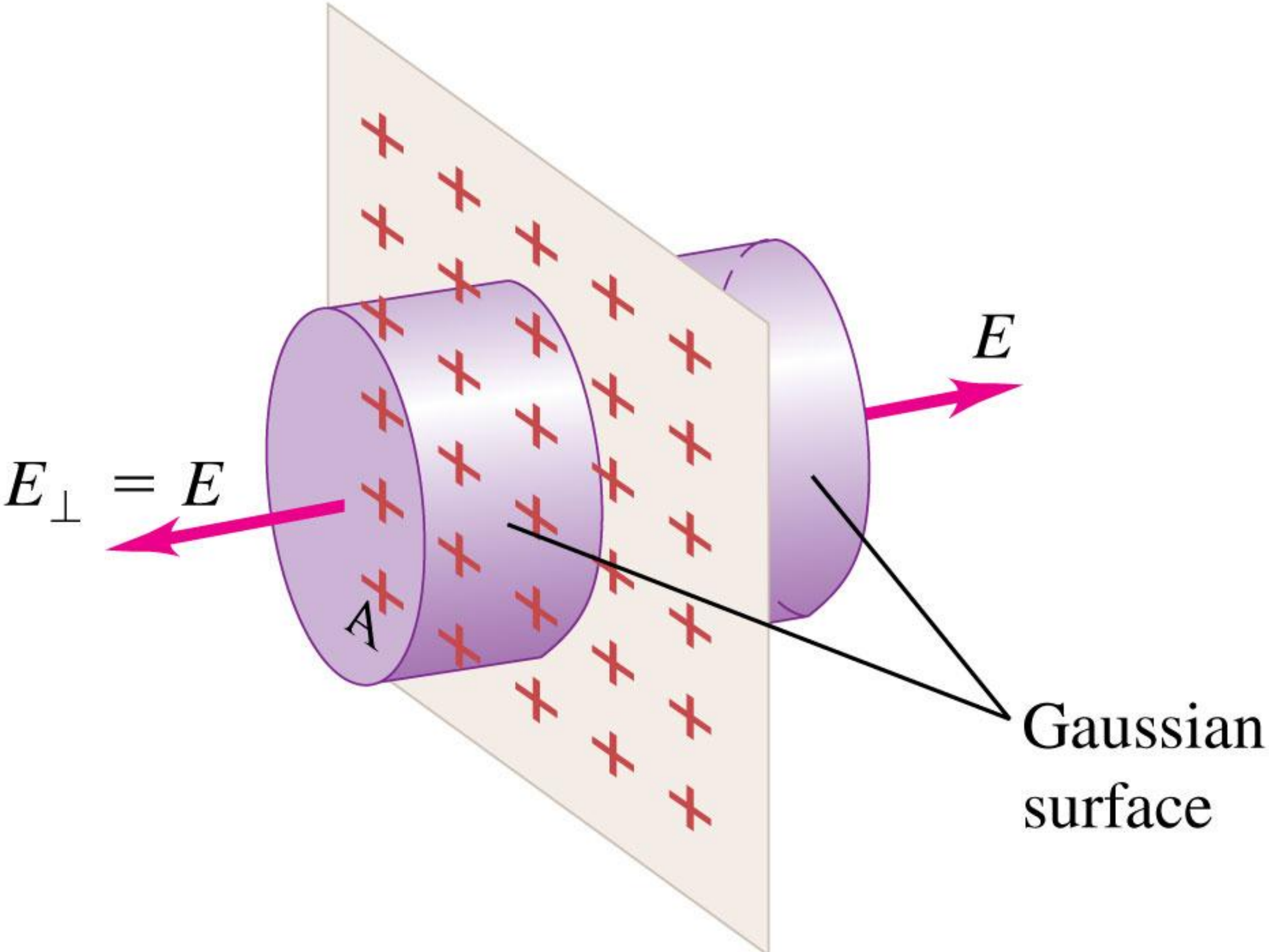


7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

Encuentre el campo eléctrico que genera una lamina delgada, plana e infinita, en la que hay una carga uniforme positiva por unidad de área σ

7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

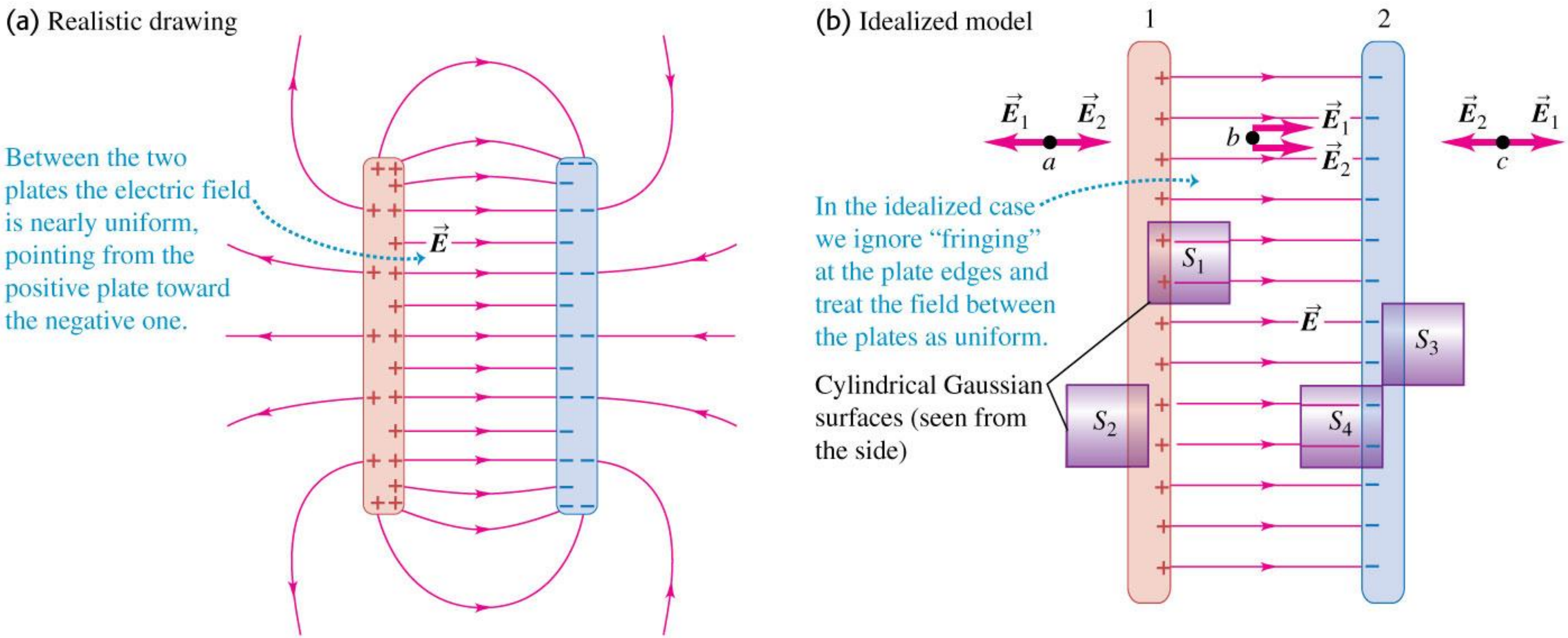


7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

Dos placas conductoras paralelas, grandes y planas tienen cargas de igual magnitud pero con signo contrario; la carga por unidad de área es $+\sigma$ para una y $-\sigma$ para otra. Determine el campo eléctrico en la región entre las placas.

7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

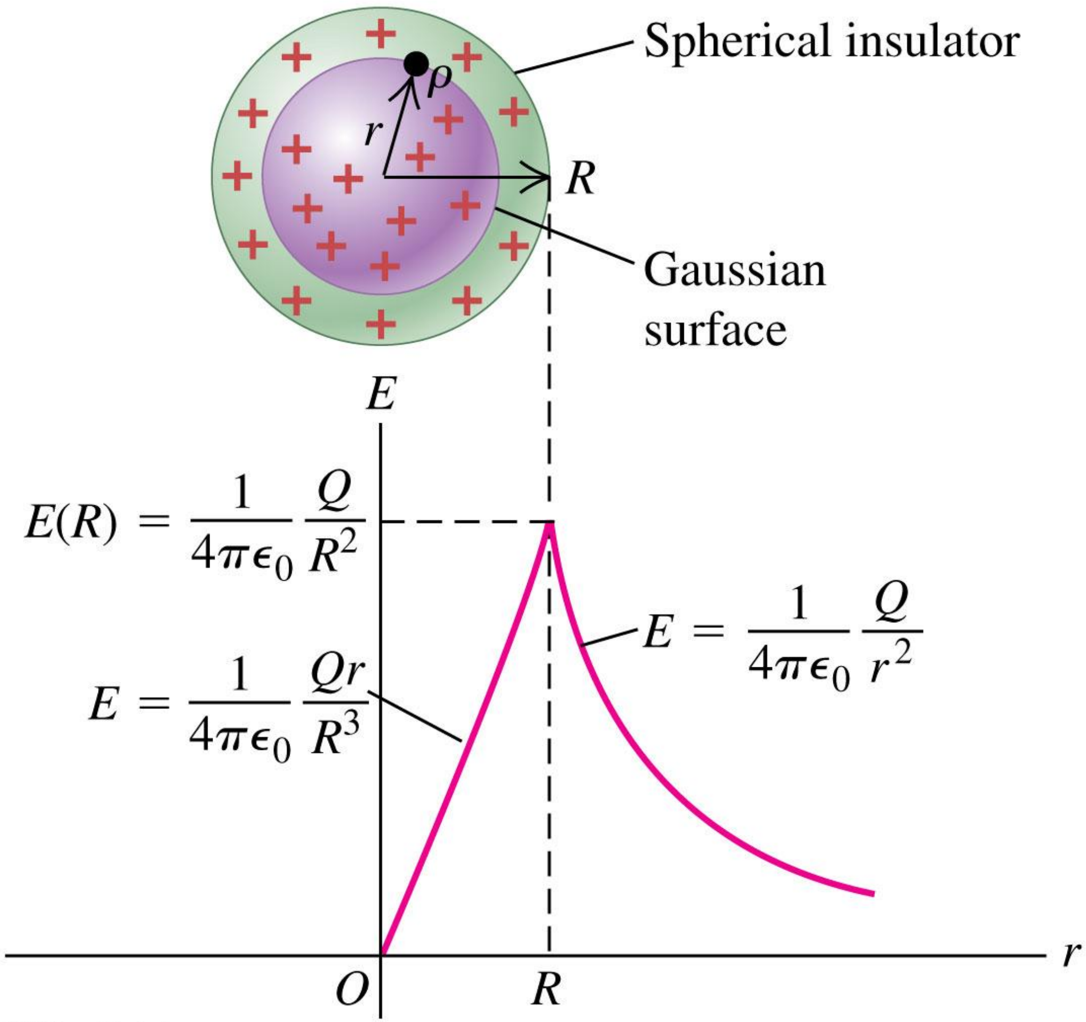


7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

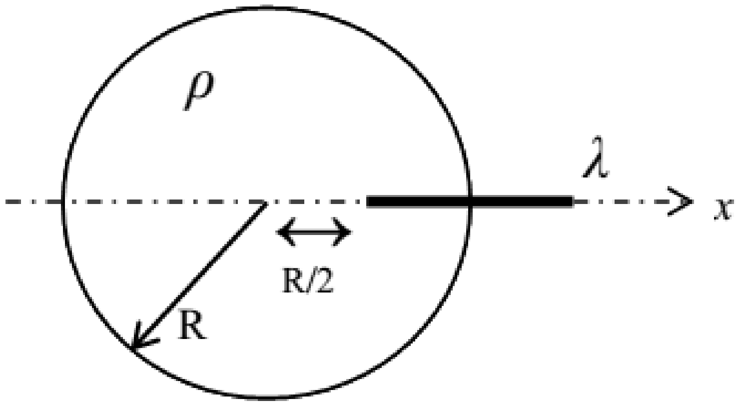
Una carga eléctrica positiva Q está distribuida de manera uniforme en todo el volumen de una esfera aislante con radio R. Encuentre la magnitud del campo eléctrico a cualquier distancia r del centro de la esfera.

7 Aplicaciones de la Ley de Gauss



7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

Problema: Una esfera de radio R cargada con densidad de carga volumétrica uniforme ρ, se encuentra centrada en el origen de coordenadas.
Además, se tiene una barra delgada de longitud R situada en el semieje x positivo, cargada con densidad de carga lineal uniforme λ, según muestra el dibujo. La mitad de la barra se encuentra dentro de la esfera, estado su extremo izquierdo a una distancia $R/2$ del centro de la esfera.
Calcular la fuerza total que la esfera ejerce sobre la barra.



Datos: $\rho, \lambda, R, L, \varepsilon_0$

7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

7 Aplicaciones de la Ley de Gauss

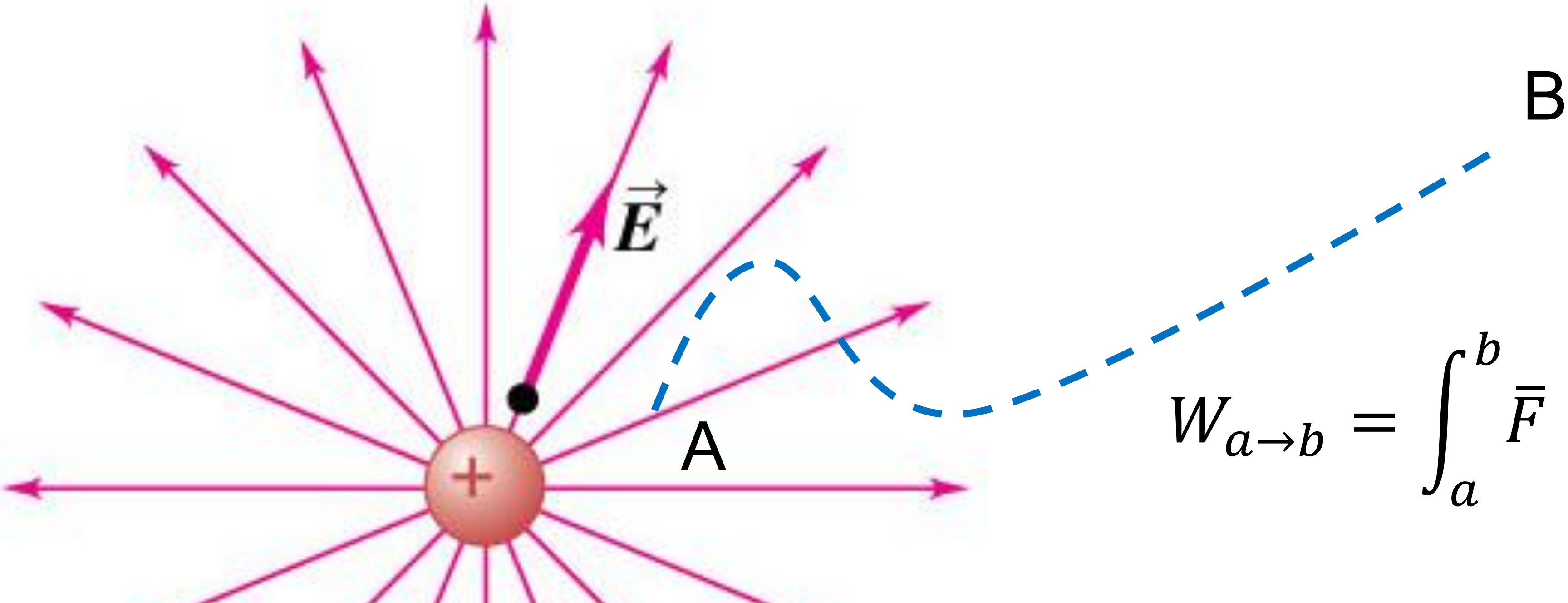
Problema (F_2011_12): Una esfera maciza conductora de radio R_1, se rodea de una superficie esférica no conductora concéntrica de radio R_S y cargada con una carga Q_S. Ambas están a su vez rodeadas de una corteza esférica conductora con espesor no despreciable, de radio interno R_2 y externo R_3.

$$R_1 < R_S < R_2 < R_3$$

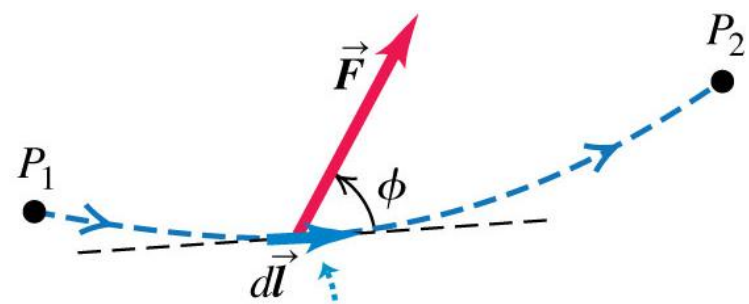
a) Se carga la esfera conductora con una carga Q y la corteza conductora con $-Q$. Calcular el campo eléctrico en todos los puntos del espacio.

b) Partiendo de la distribución indicada en el apartado anterior, se conectan eléctricamente la esfera y la corteza (se conectan ambos conductores mediante un cable que pasa por un pequeño orificio practicado en la superficie no conductora y que no altera la simetría del problema). ¿Cuál es la nueva distribución de cargas? Justifica tu respuesta.

8 Energía Potencial Eléctrica



$$W_{a\to b} = \int_a^b \bar{F} \cdot d\bar{l}$$



8 Energía Potencial Eléctrica

8 Energía Potencial Eléctrica

(1)

$$W_{a\to b}=\int_a^b \bar{F}\cdot d\bar{l}=\int_a^b \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\hat{r}\cdot d\bar{l}=$$

$$=\int_a^b \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}|\hat{r}|\cdot|d\bar{l}|\cdot cos\phi=\int_a^b \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}|d\bar{r}|=$$

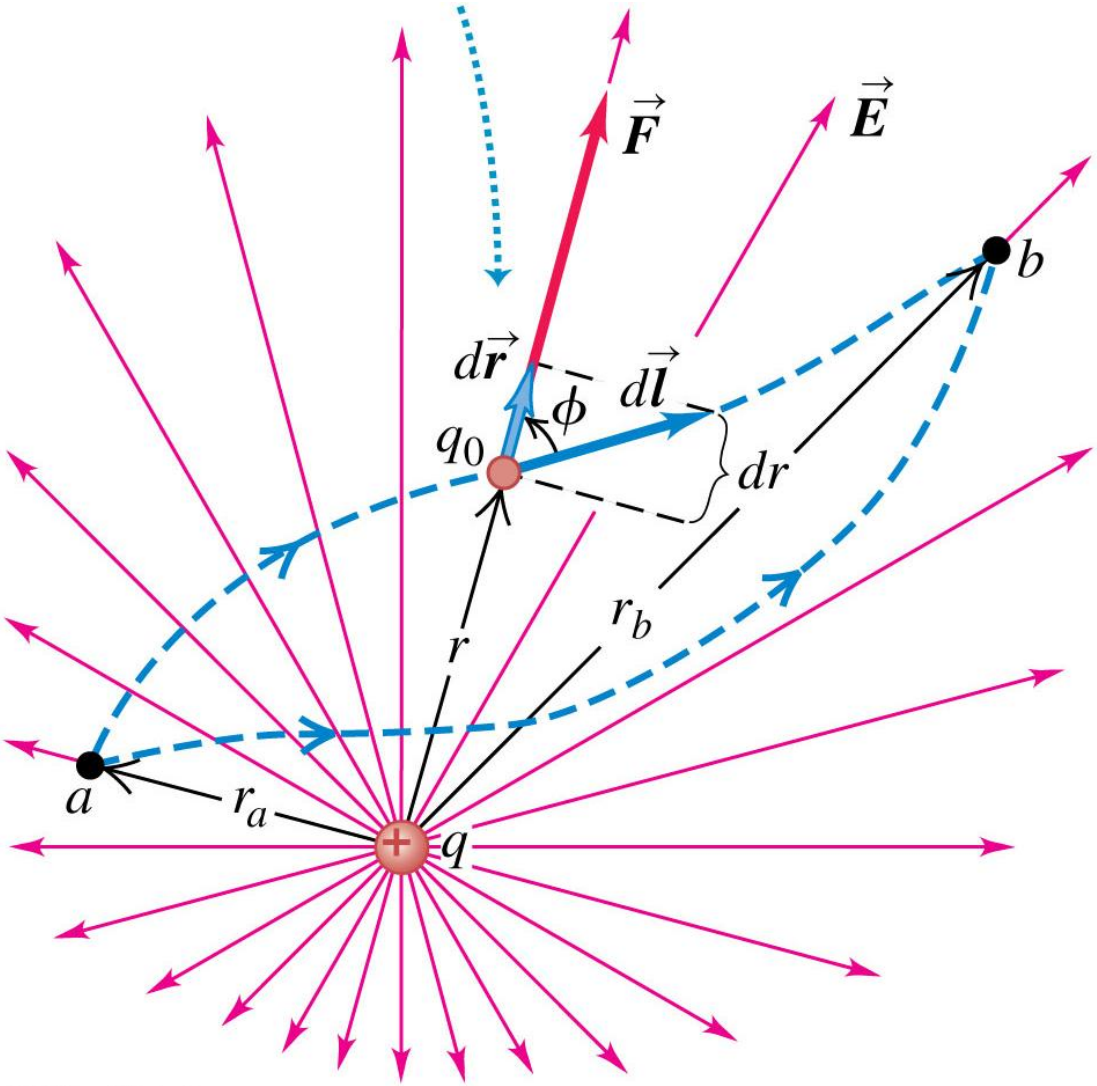
$$=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right)$$

(2)

$$W_{b\to a}=\int_b^a \bar{F}\cdot d\bar{l}=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_b}-\frac{1}{r_a}\right)$$

8 Energía Potencial Eléctrica

8 Energía Potencial Eléctrica



© 2012 Pearson Education, Inc.

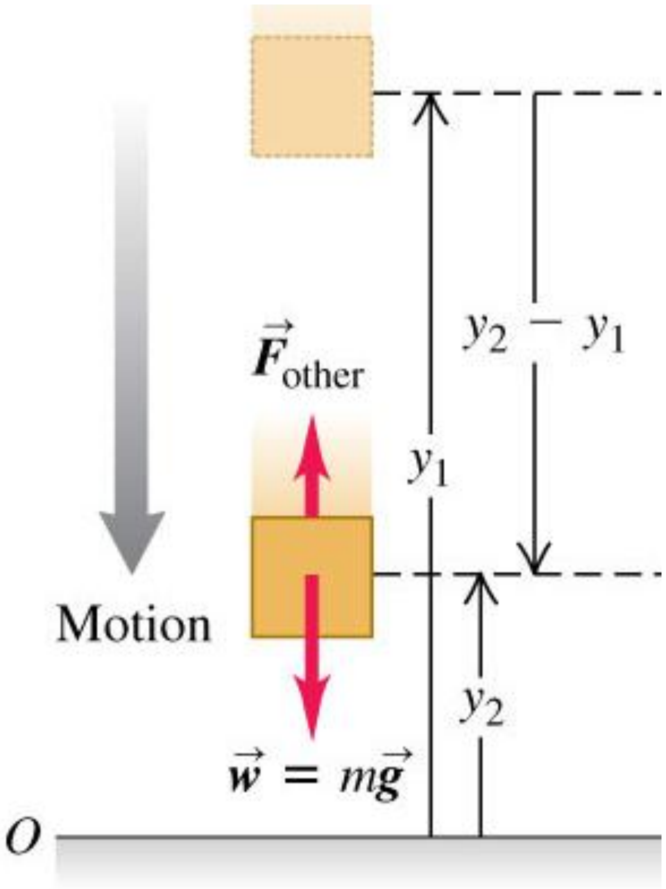
E es un Campo Conservativo

$$W = \oint \bar{F} \cdot d\bar{l} = 0$$

8 Energía Potencial Eléctrica

8 Energía Potencial Eléctrica

Consecuencia de que una Fuerza sea Conservativa



$$W_{grav} = -(E_{P2} - E_{P1}) = -\Delta E_p$$

$$Si\ W > 0 \Rightarrow \Delta E_p < 0$$

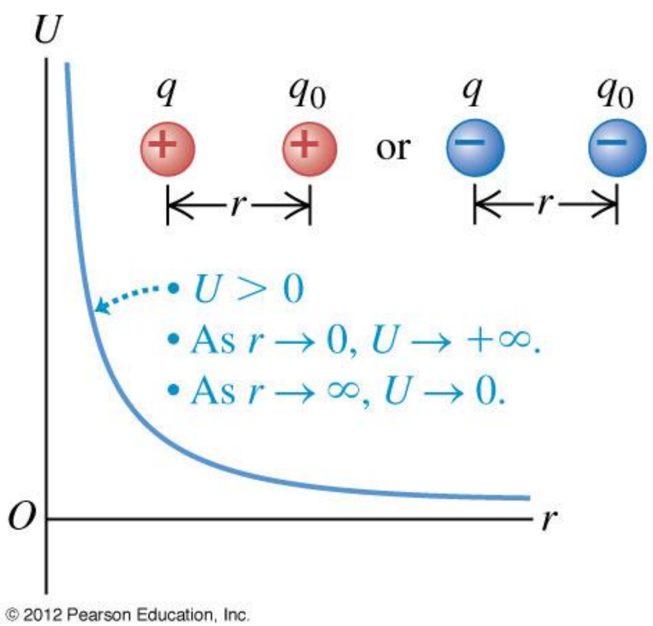
$$Si\ W < 0 \Rightarrow \Delta E_p > 0$$

8 Energía Potencial Eléctrica

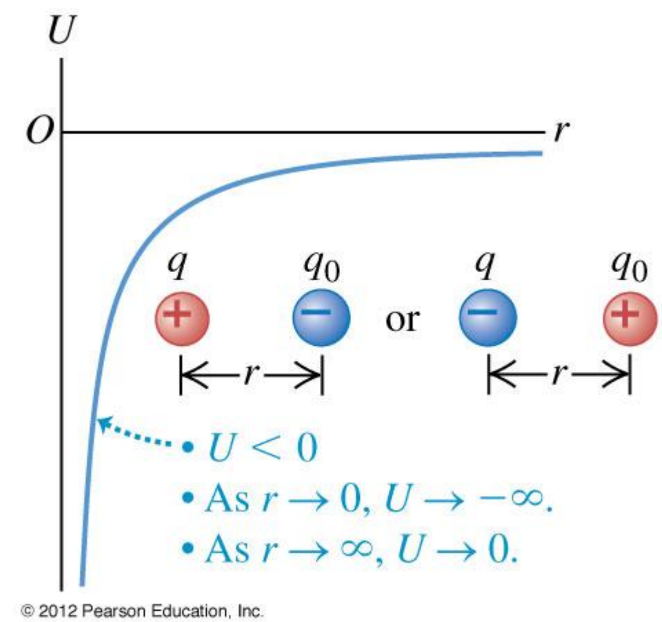
8 Energía Potencial Eléctrica

$$\boxed{U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q q_0}{r}}$$

(a) q and q_0 have the same sign.

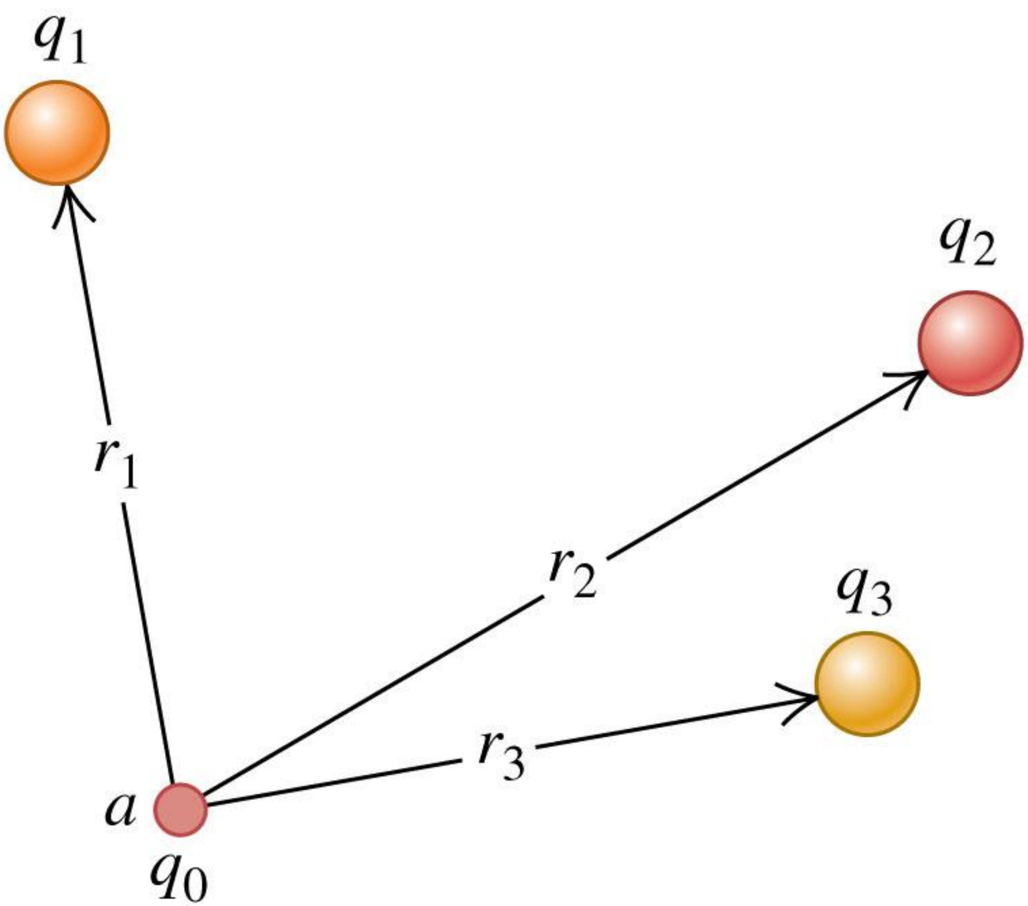


(b) q and q_0 have opposite signs.



8 Energía Potencial Eléctrica

8 Energía Potencial Eléctrica



Energía para acercar una Carga

$$U = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i}$$

Energía para acercar un Conjunto de Cargas

$$U = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i<j}^{N}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

8 Energía Potencial Eléctrica

9 Potencial Eléctrico

Campo Eléctrico

$$\bar{F} = q \cdot \bar{E}$$

$$\bar{E} = \frac{\bar{F}}{q}$$

Potencial Eléctrico

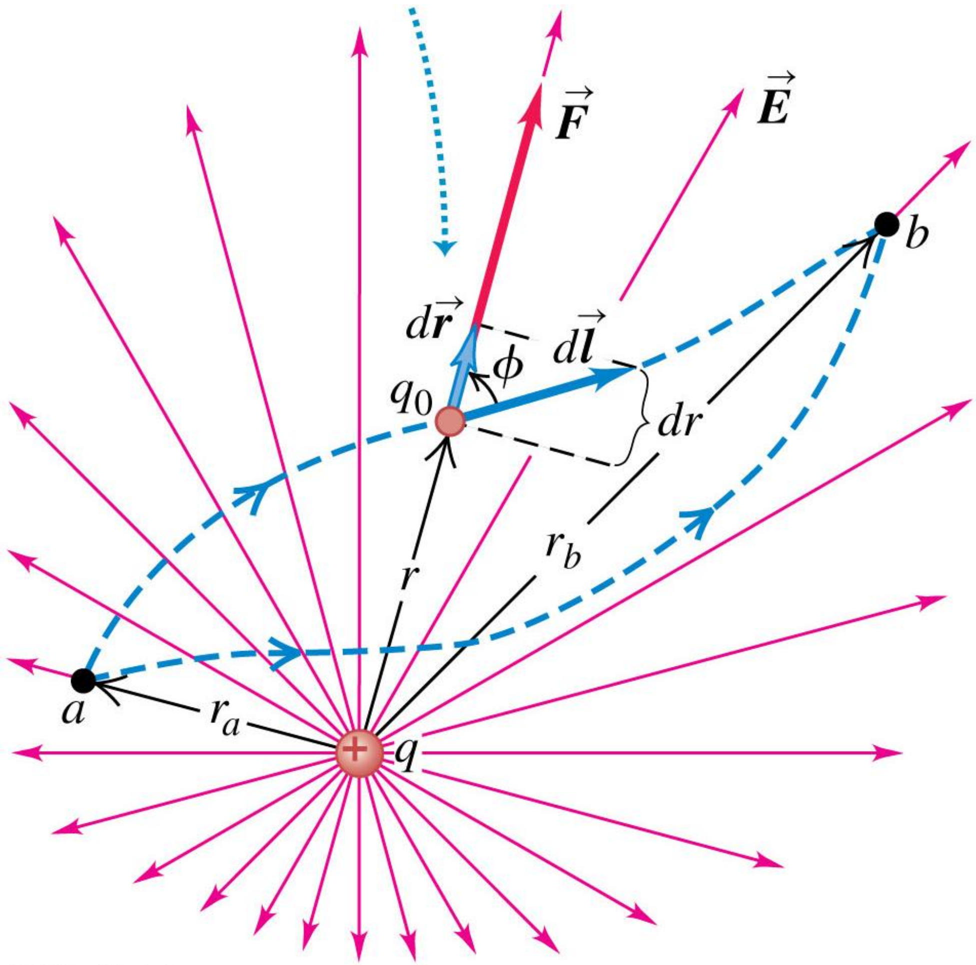
$$U = q \cdot V$$

$$\boxed{V = \frac{U}{q}}$$

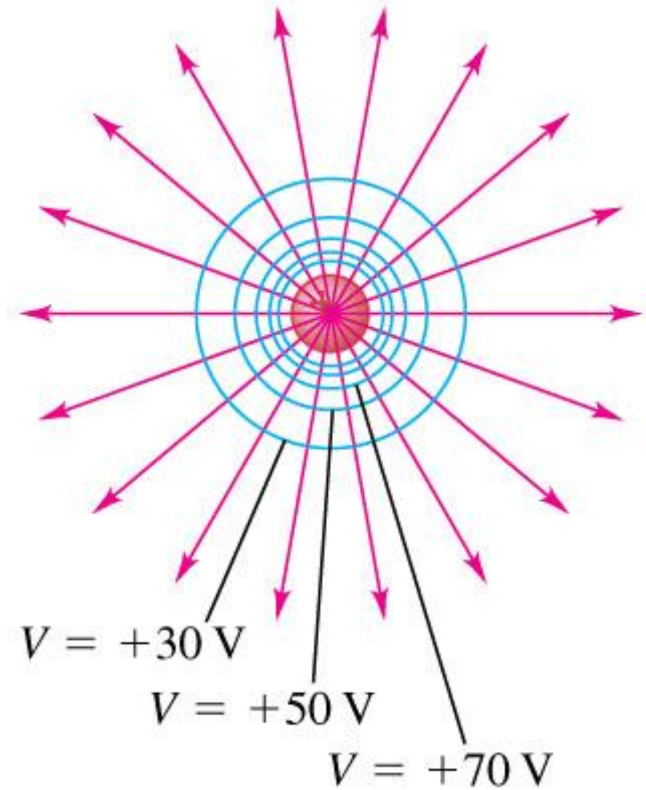
$$\boxed{V = \frac{Energia}{Carga} = \frac{J}{C} = Volt}$$

8 Energía Potencial Eléctrica

9 Potencial Eléctrico



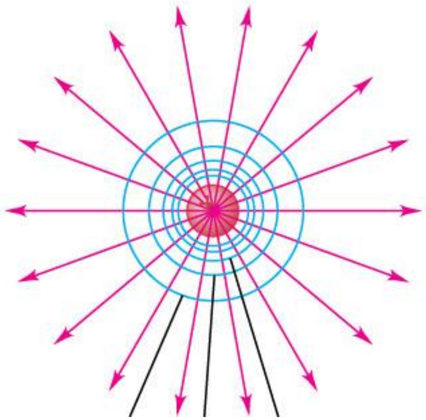
$$\frac{W_{A \to B}}{q_0} = \frac{U_A}{q_0} - \frac{U_B}{q_0} = V_A - V_B$$



8 Energía Potencial Eléctrica

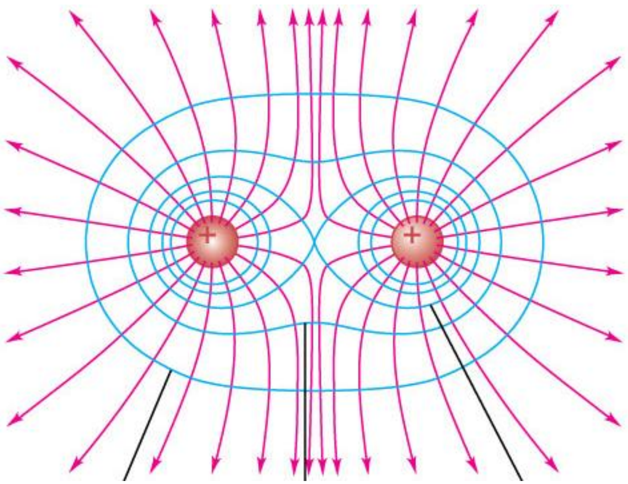
9 Potencial Eléctrico

Carga Puntual



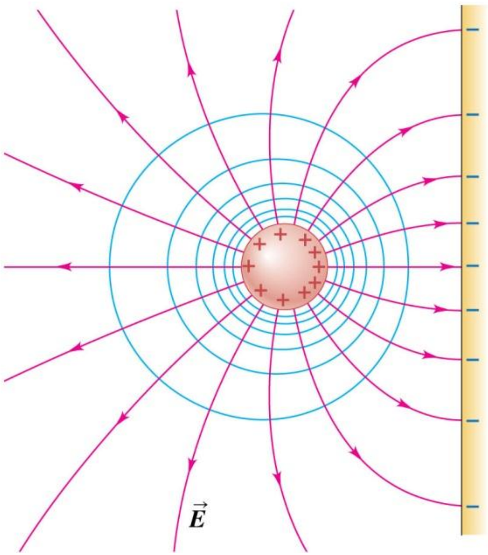
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

Conjunto Cargas Puntuales



$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i}$$

Carga Distribuida



$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}$$

8 Energía Potencial Eléctrica

10 Potencial Eléctrico a Partir del Campo Eléctrico

$$W_{a\to b} = \int_a^b \bar{F} \cdot d\bar{l} = \int_a^b q \cdot \bar{E} \cdot d\bar{l}$$

$$\boxed{V_a - V_b = \int_a^b \bar{E} \cdot d\bar{l}}$$

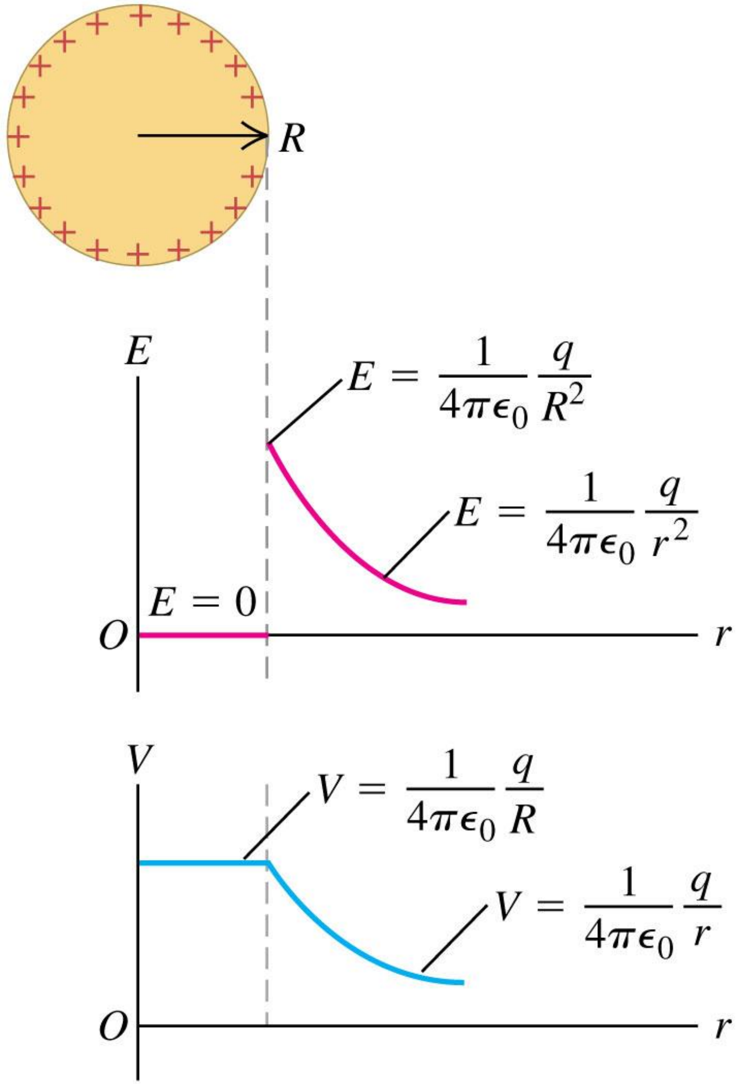
8 Energía Potencial Eléctrica

11. Calculo del Potencial Eléctrico

ESFERA CONDUCTORA CON CARGA

Una esfera sólida conductora de radio R tiene una carga total q. encuentre el potencial en todos los lugares, tanto fuera como dentro de la esfera.

11. Calculo del Potencial Eléctrico



11. Calculo del Potencial Eléctrico

11. Calculo del Potencial Eléctrico

Potencial Línea de Carga Infinita

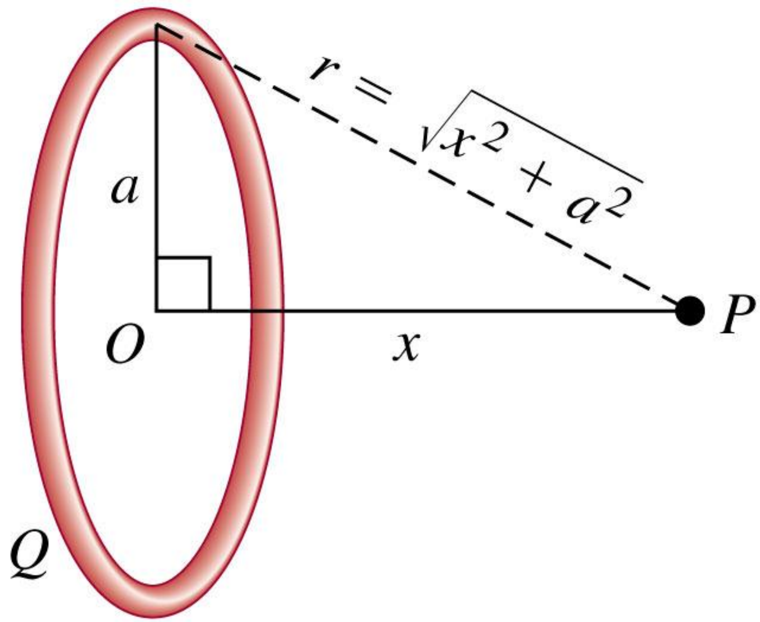
Encuentre el potencial a la distancia r de una línea muy larga cuya carga está repartida uniformemente en toda su longitud, siendo su densidad lineal de carga λ.

11. Calculo del Potencial Eléctrico

11. Calculo del Potencial Eléctrico

Anillo de Carga

Una carga electrica esta distribuida de manera uniforme alrededor de un anillo delgado de radio a con carga total Q. Determine el potencial en un punto P sobre el eje del anillo a una distancia x del centro del anillo.



11. Calculo del Potencial Eléctrico

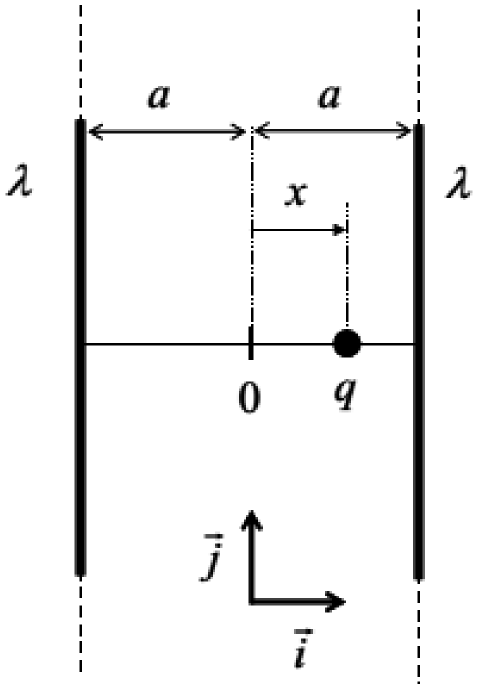
11. Calculo del Potencial Eléctrico

11. Calculo del Potencial Eléctrico

Problema (C_2010_11): Dos hilos rectos muy largos están dispuestos paralelamente y separados por una distancia *2a.* Los hilos están cargados uniformemente con densidad lineal de carga λ .

Una carga puntual q se libera desde el reposo en la posición que se indica en la figura, a una distancia x del origen de coordenadas (punto medio entre los hilos). Calcular la energía cinética de dicha carga cuando pasa por el origen O.

<u>Datos:</u> $\lambda, q, a, x, \varepsilon_0$



Solución: $K = -\dfrac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(1-\dfrac{x^2}{a^2})$

10 Campo Eléctrico a Partir del Potencial

$$V_a - V_b = \int_a^b \bar{E} \cdot d\bar{l}$$

$$\int_b^a dV = \int_a^b \bar{E} \cdot d\bar{l}$$

$$-\int_a^b dV = \int_a^b \bar{E} \cdot d\bar{l}$$

$$-dV = \bar{E} \cdot d\bar{l}$$

$$-dV = \left(E_x dx + E_y dy + E_z dz\right)$$

Me muevo en la recta x

$$dy = dz = 0$$

$$-dV = (E_x dx)_{(y,z\ constantes)}$$

$$-\frac{dV}{dx} = E_x$$

$$\boxed{-\frac{\partial V}{\partial x} = E_x}$$

$$-dV = \left(E_x\hat{\imath} + E_y\hat{\jmath} + E_z\hat{k}\right) \cdot \left(dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k}\right)$$

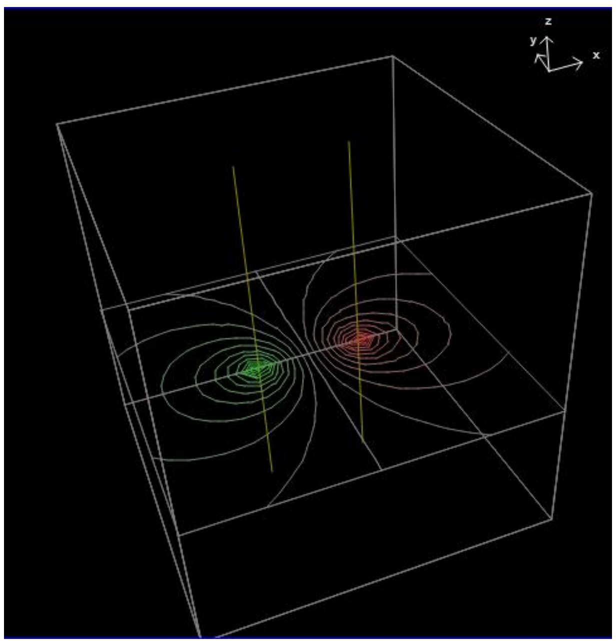
10 Campo Eléctrico a Partir del Potencial

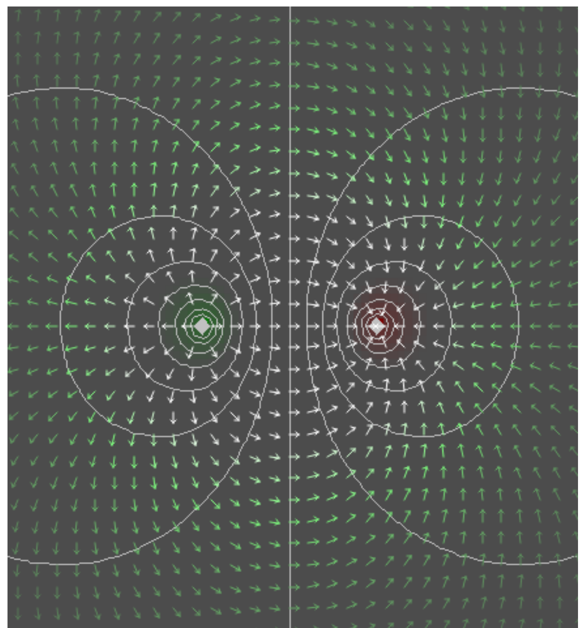
10 Campo Eléctrico a Partir del Potencial

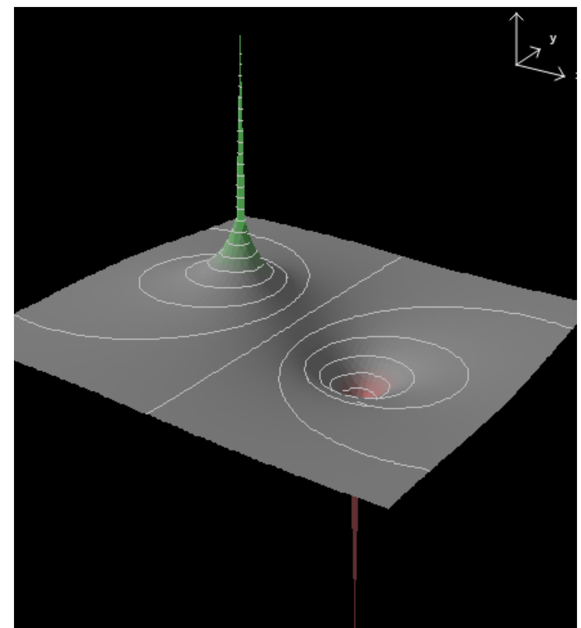
$$-\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\imath}+\frac{\partial V}{\partial y}\hat{\jmath}+\frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right)=\bar{E}$$

$$\boxed{-\bar{\nabla}V=\bar{E}}$$

En cada punto el gradiente indica el punto en el cual más disminuye el potencial y siempre es perpendicular a la superficie equipotencial







10 Campo Eléctrico a Partir del Potencial